Technische Universität München **WS 2006/07**
Institut für Informatik
Prof. Manfred Broy **22. Januar 2007**
A. Gruler, B. Spanfelner **Übungsblatt 10**

Übungen zu „Formale Methoden“

Aufgabe 1 Beweisverfahren über Schleifen

Nach Ausführung des folgenden Programms P enthält die Variable s die Summe aller 11 Elemente des Arrays $b[0:10]$.

$$
\begin{array}{l}
i,\ s\ \ \mathbf{var}\ Nat; \\
\\
i,\ s := 1,\ b[0]; \\
\mathbf{do}\ \ (i < 11)\ \ \mathbf{then} \\
\quad i,\ s := i+1,\ s+b[i]; \\
\mathbf{od}
\end{array}
$$

(a) Wie kann man mittels eines Prädikats I beweisen, dass P das Beschriebende leistet? Skizzieren Sie das prinzipielle Beweisverfahren.

(b) Geben Sie ein Prädikat I an, das den logischen Zusammenhang zwischen den Variablen i, s und b darstellt, so dass I sowohl vor Begin der Schleife als auch nach jeder einzelnen Schleifeniteration gilt.

(c) Zeigen Sie mittels I die partielle Korrektheit von P.

Aufgabe 2 Prädikative Spezifikation

Geben Sie eine Prädikative Spezifikation für das folgende Programm P an:

$$
\begin{array}{l}
x,\ y,\ z := a,\ b,\ 1; \\
\mathbf{do}\ y > 0\ \mathbf{then} \\
\quad \mathbf{if}\ odd(y) \quad \mathbf{then}\ y := y-1;\ z := z * x \\
\quad\ \ [\,]\ even(y)\ \mathbf{then}\ x := x * x;\ y := y \div 2 \\
\quad \mathbf{fi} \\
\mathbf{od}
\end{array}
$$

Aufgabe 3 Anweisungsorientierte Programme und Zusicherungen

Schreiben Sie für die Berechnung

$$v = \frac{(x+y)*z}{x+y+z}$$

ein anweisungsorientiertes Programm P in der Syntax, die in der Vorlesung eingeführt wurde. Verwenden Sie dabei so viele Hilfsvariablen, dass auf der rechten Seite einer Zuweisung stets nur ein Operatorsymbol auftritt. Annotieren Sie das Programm durch die gültigen Vor- und Nachbedingungen.

Aufgabe 4 (Hausaufgabe) Zusicherungsbeweis

(8 Punkte; Abgabe bis spätestens 29.01.2007 zu Beginn der Übung.)

Beweisen Sie die Korrektheit des Programms P aus der vorherigen Aufgabe 3 mit Hilfe der Methode der Zusicherungsbeweise, wie sie in Vorlesung und Skript eingeführt wurde.

Aufgabe 5 (Hausaufgabe) Vollständige Vor- bzw. Nachbedingungen

(2 Punkte; Abgabe bis spätestens 29.01.2007 zu Beginn der Übung.)

Für ein Programm S gelte unter der Vorbedingung $P \equiv (x = y)$ die Nachbedingung $Q \equiv (x = y!)$. Unter welchen Bedingungen bzgl. S berechnet S die Fakultätsfunktion?

Aufgabe 6 (Hausaufgabe) *wp*-Kalkül

(4 Punkte; Abgabe bis spätestens 29.01.2007 zu Beginn der Übung.)

Bestimmen Sie $w(l)p(S, x = y)$ und $w(l)p(S, x \neq y)$ für das Programm

$$S \ = \ \textbf{do} \ \ x \neq y \ \ \textbf{then} \ \ x := x + 1 \ \ \textbf{od}$$