

Die Klausur zur Vorlesung findet am Freitag, den 11. Februar 2005, 12:45 – 14:45 Uhr statt. Details zur Anmeldung folgen auf einem späteren Übungsblatt.

### Aufgabe 1 (H) ( $\lambda$ -Terme)

Werten Sie folgende Substitutionen aus:

- a)  $(\lambda y.x(\lambda x.x)) [(\lambda y.xy)/x]$                       b)  $(y(\lambda v.xv)) [(\lambda y.vy)/x]$

Formen Sie folgende Terme so um, dass sie vollständig geklammert und konform zu der  $\lambda$ -Kalkül-Grammatik aus der Vorlesung sind:

- c)  $ux(yz)(\lambda v.vy)$                       d)  $(\lambda xyz.xz(yz))uvw$

Formen Sie die folgenden Terme so um, dass sie minimal geklammert und nacheinanderstehende Abstraktionen zusammengefasst sind:

- e)  $((u(\lambda x.(v(wx))))x)$                       f)  $((((w(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((xz)(yz))))))u)v)$

### Aufgabe 2 (H) (*Eine Entscheidungsprozedur*)

Ein Termersetzungssystem  $R$  heisst *linksreduziert*, wenn für alle  $(l \rightarrow r) \in R$  gilt, dass  $l$  in Normalform bzgl.  $R - \{l \rightarrow r\}$  ist.

Sei  $G$  eine endliche Menge von Grundidentitäten über  $\Sigma$ , und sei weiterhin  $>$  eine Reduktionsordnung, die total auf der Menge der Grundterme über  $\Sigma$  ist.

- a) Beschreiben Sie einen Algorithmus, der  $G$  in ein endliches, linksreduziertes Termersetzungssystem  $R$  umwandelt, so dass  $\approx_R = \approx_G$  und  $R \subseteq >$ .

Hinweis: Orientieren Sie sich hierbei am Vervollständigungsverfahren.

- b) Zeigen Sie die Terminierung.

- c) Zeigen Sie, dass nach Ausführung des Algorithmus  $\approx_R = \approx_G$  gilt.

### Aufgabe 3 (Ü) (*Fortsetzung zu Aufgabe 2*)

- a) Zeigen Sie, dass jedes linksreduzierte und terminierende Grundtermersetzungssystem konfluent ist.

- b) Folgern Sie, dass das Wortproblem bzgl. einer endlichen Menge von Grundidentitäten entscheidbar ist.

- c) Sei  $G = \{a \approx f^3(a), a \approx f^5(a)\}$ . Gilt  $f(a) \approx_G a$ ?

#### Aufgabe 4 (Ü) (*Formalisierung mit $\lambda$ -Termen*)

Drücken Sie folgende Aussagen als  $\lambda$ -Terme aus. Sie können dabei  $D$  als Ableitungsoperator benutzen.

- Die Ableitung von  $x^2$  ist  $2x$ .
- Die Ableitung von  $x^2$  an der Stelle 3 ist 6.
- Sei eine Funktion  $f$  gegeben und sei weiterhin  $g$  definiert als  $g(x) := f(x^2)$ . Die Ableitung von  $g$  an der Stelle  $x$  ist verschieden von der Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x^2$ .
- Formulieren Sie die Aussage aus c) jetzt ohne Verwendung des Funktionssymbols  $g$ .

#### Aufgabe 5 (Ü) (*Substitutionslemma*)

Zeigen Sie, dass mit geeigneten Einschränkungen gilt:

$$s[t/x][u/y] = s[u/y][t[u/y]/x]$$



*Wir wünschen Ihnen ein frohes Fest und ein gutes neues Jahr!*