

Die Klausur zur Vorlesung findet am Freitag, den 11. Februar 2005, 12:45 – 14:45 Uhr statt. Details zur Anmeldung folgen auf einem späteren Übungsblatt.

Aufgabe 1 (H) (λ -Terme)

Werten Sie folgende Substitutionen aus:

- a) $(\lambda y.x(\lambda x.x)) [(\lambda y.xy)/x]$ b) $(y(\lambda v.xv)) [(\lambda y.vy)/x]$

Formen Sie folgende Terme so um, dass sie vollständig geklammert und konform zu der λ -Kalkül-Grammatik aus der Vorlesung sind:

- c) $ux(yz)(\lambda v.vy)$ d) $(\lambda xyz.xz(yz))uvw$

Formen Sie die folgenden Terme so um, dass sie minimal geklammert und nacheinanderstehende Abstraktionen zusammengefasst sind:

- e) $((u(\lambda x.(v(wx))))x)$ f) $((((w(\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((xz)(yz))))))u)v)$

Aufgabe 2 (H) (*Eine Entscheidungsprozedur*)

Ein Termersetzungssystem R heisst *linksreduziert*, wenn für alle $(l \rightarrow r) \in R$ gilt, dass l in Normalform bzgl. $R - \{l \rightarrow r\}$ ist.

Sei G eine endliche Menge von Grundidentitäten über Σ , und sei weiterhin $>$ eine Reduktionsordnung, die total auf der Menge der Grundterme über Σ ist.

- a) Beschreiben Sie einen Algorithmus, der G in ein endliches, linksreduziertes Termersetzungssystem R umwandelt, so dass $\approx_R = \approx_G$ und $R \subseteq >$.

Hinweis: Orientieren Sie sich hierbei am Vervollständigungsverfahren.

- b) Zeigen Sie die Terminierung.

- c) Zeigen Sie, dass nach Ausführung des Algorithmus $\approx_R = \approx_G$ gilt.

Aufgabe 3 (Ü) (*Fortsetzung zu Aufgabe 2*)

- a) Zeigen Sie, dass jedes linksreduzierte und terminierende Grundtermersetzungssystem konfluent ist.

- b) Folgern Sie, dass das Wortproblem bzgl. einer endlichen Menge von Grundidentitäten entscheidbar ist.

- c) Sei $G = \{a \approx f^3(a), a \approx f^5(a)\}$. Gilt $f(a) \approx_G a$?

Aufgabe 4 (Ü) (*Formalisierung mit λ -Termen*)

Drücken Sie folgende Aussagen als λ -Terme aus. Sie können dabei D als Ableitungsoperator benutzen.

- Die Ableitung von x^2 ist $2x$.
- Die Ableitung von x^2 an der Stelle 3 ist 6.
- Sei eine Funktion f gegeben und sei weiterhin g definiert als $g(x) := f(x^2)$. Die Ableitung von g an der Stelle x ist verschieden von der Ableitung von f an der Stelle x^2 .
- Formulieren Sie die Aussage aus c) jetzt ohne Verwendung des Funktionssymbols g .

Aufgabe 5 (Ü) (*Substitutionslemma*)

Zeigen Sie, dass mit geeigneten Einschränkungen gilt:

$$s[t/x][u/y] = s[u/y][t[u/y]/x]$$



Wir wünschen Ihnen ein frohes Fest und ein gutes neues Jahr!