

Aufgabe 1 (H) (*Church-Numerale*)

a) Geben Sie λ -Terme `mult` und `exp` an, so dass gilt:

$$\begin{aligned}\text{mult } \underline{m} \ \underline{n} &\longrightarrow^* \underline{m \cdot n} \\ \text{exp } \underline{m} \ \underline{n} &\longrightarrow^* \underline{m^n}\end{aligned}$$

b) Geben Sie einen λ -Term an, der die Vorgängerfunktion `pred` auf den natürlichen Zahlen codiert:

$$\begin{aligned}\text{pred } \underline{0} &\longrightarrow^* \underline{0} \\ \text{pred } \underline{m+1} &\longrightarrow^* \underline{m}\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (H) (*Typinferenz*)

Geben Sie einen Ableitungsbaum für folgende Aussage an, und bestimmen Sie dabei den Typ τ :

a) $\square \vdash \lambda xyz. x y (y z) : \tau$

Aufgabe 3 (H) (*Kombinatorische Logik*)

Auf dem vorherigen Übungsblatt wurden die Kombinatoren `I`, `K` und `S` als λ -Terme eingeführt. Finden Sie Terme `A`, und `W`, die nur `I`, `K` und `S`, und Applikationen enthalten, und wie folgt reduzieren:

a) $A x \rightarrow_{\beta}^* x x$

b) $W x y \rightarrow_{\beta}^* x y y$

Zeigen Sie, dass die geforderten Reduktionen gelten.

Aufgabe 4 (Ü) (*Kombinatorische Logik*)

Geben Sie eine allgemeine Übersetzung von λ -Termen in kombinatorische Logik an, die nur die Kombinatoren `I`, `K` und `S`, und Applikationen enthalten. Zeigen Sie, dass dabei die Semantik bezüglich der β -Reduktion erhalten bleibt.