Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Alexander Krauss

WS 2006/07
15. 11. 2006

Perlen der Informatik

3. Übung

Aufgabe G3.1

In der Vorlesung wurde bewiesen, dass jede rekursiv aufzählbare Menge semientscheidbar ist. Zeigen Sie nun die umgekehrte Implikation: Jede semientscheidbare Menge ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe G3.2

Zeigen Sie:

- Die Vereinigung zweier rekursiv aufzählbarer Mengen ist rekursiv aufzählbar.
- Der Schnitt zweier rekursiv aufzählbarer Mengen ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe G3.3

Zeigen Sie, daß die Menge

$$M = \{k \in \mathbb{N} \mid \varphi_k \neq \Omega\}$$

aller *nicht* überall *nicht* terminierenden Programme rekursiv aufzählbar ist.

Aufgabe G3.4

Ist die Menge

$$M = \{(k, x) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \varphi_k(x) \neq \bot\}$$

rekursiv aufzählbar? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe H3.1 Spezielles Halteproblem

Zeigen Sie, daß das spezielle Halteproblem, d.h. die Menge aller Programme, die auf sich selbst angewandt terminieren, rekursiv aufzählbar ist.

Aufgabe H3.2 Alternative Definition für Semientscheidbarkeit

Semientscheidbarkeit könnte man auch wie folgt definieren:

> Eine Menge $M \subseteq \mathbb{N}$ ist semientscheidbar, wenn es eine berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt mit $f(n) = 1 \Leftrightarrow n \in M$.

Zeigen Sie, dass diese Definition mit der aus der Vorlesung äquivalent ist.

Hinweis: Diese Tatsache ist zwar an sich nicht besonders spannend, aber hier ist ein formal sauberer Beweis gefragt.