

Perlen der Informatik 5. Übung

Nur weil die Übung diese Woche ausfällt, heißt das natürlich nicht, dass es nicht trotzdem ein Übungsblatt gibt. Viel Spaß und Erfolg.

Aufgabe H5.1 Zum Warmwerden

Hinweis: Das ist noch einmal die Aufgabe H4.1, da Termersetzungssysteme letzte Woche noch nicht eingeführt waren.

Geben Sie ein Termersetzungssystem zum Addieren zweier Zahlen in Binärdarstellung an. Binärzahlen sollen durch die Funktionssymbole **Null** und **Bit** dargestellt werden. Hierbei bezeichne

- **Null** die Binärzahl mit 0 Stellen (d.h. die Zahl 0).
- **Bit**(b, bs) die Binärzahl mit niederwertigem Bit b und höherwertigen Bits bs

So wird z.B. die Binärzahl, die der Dezimalzahl 10 entspricht, durch den Term

$$\text{Bit}(0, \text{Bit}(1, \text{Bit}(0, \text{Bit}(1, \text{Null}))))$$

dargestellt.

Aufgabe H5.2 Turing-Vollständigkeit von Textersetzungssystemen

Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine durch ein Textersetzungssystem simuliert werden kann.

Aufgabe H5.3 Terminierung

1. Zeigen Sie, dass das Textersetzungssystem $R_1 = \{ab \rightarrow ba\}$ terminiert.

Hinweis: Eine gängige Methode für Terminierungsbeweise ist, eine Abbildung $f : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ anzugeben und zu zeigen, dass $w \rightarrow_{R_1} w' \implies f(w') < f(w)$. Machen Sie sich zunächst klar, warum das tatsächlich ein Terminierungsbeweis ist.

2. Zeigen Sie, dass das Termersetzungssystem

$$R_2 = \left\{ \begin{array}{ll} \text{ack}(0, m) & \rightarrow S(m), \\ \text{ack}(S(n), 0) & \rightarrow \text{ack}(n, S(0)), \\ \text{ack}(S(n), S(m)) & \rightarrow \text{ack}(n, \text{ack}(S(n), m)) \end{array} \right\}$$

terminiert. Ist die Methode aus (1.) anwendbar?