

Vorlesung Perlen der Informatik

Aufgabe 1 Registermaschinen

- Schreiben Sie ein Registermaschinen-Programm, das die auf Blatt 1 beschriebene Decodierungsfunktion für Paare von natürlichen Zahlen implementiert. Die zu decodierende Zahl soll hierbei in Register 0, das Ergebnis der Decodierung (d.h. die erste und zweite Komponente des Paares) in Register 1 und 2 abgelegt werden. Der Inhalt von Register 0 darf hierbei gelöscht werden.
- **Hausaufgabe:** Schreiben Sie analog dazu ein Registermaschinen-Programm, das die Codierungsfunktion für Paare von natürlichen Zahlen implementiert. Das zu codierende Paar von Zahlen soll in den Registern 1 und 2, das Ergebnis der Codierung in Register 0 abgelegt werden. Der Inhalt der Register 1 und 2 darf hierbei wieder gelöscht werden.

Hinweis: Es ist evtl. einfacher, sich an der rekursiven Charakterisierung der (De)Codierungsfunktionen zu orientieren.

Aufgabe 2 Registermaschinen, Multiplikation

Schreiben Sie ein Registermaschinen-Programm, das (falls nötig unter Verwendung weiterer Hilfsregister), die Zahl in Register 0 mit der Zahl in Register 1 multipliziert und das Ergebnis in Register 0 ablegt. Der Inhalt von Register 1 darf hierbei gelöscht werden.

Aufgabe 3 Simulation von Turingmaschinen durch Registermaschinen

In der Vorlesung wurde gezeigt, wie Registermaschinen durch Turingmaschinen simuliert werden können. Skizzieren Sie nun, wie Turingmaschinen durch Registermaschinen simuliert werden können.

Aufgabe 4 Turingmaschinen

Schreiben Sie ein Turingmaschinen-Programm zur Addition zweier Zahlen in Binärdarstellung. Die Eingabe für den Algorithmus soll durch den Bandinhalt der Form " $x+y$ " dargestellt werden. Nach Termination des Programms soll das Band das Ergebnis der Berechnung enthalten.

Aufgabe 5

- **Hausaufgabe:** Konstruieren Sie eine Turing-Maschine mit Bandalphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ und genau 4 Zuständen, die, wenn man sie auf dem leeren Band (nur Nullen) startet, möglichst viele Einsen auf das Band schreibt und dann anhält.

Für die beste (am meisten Einsen produzierende) Maschine, die ich bis zum 18.11. (24 Uhr) per Mail (berghofe@in.tum.de) zugeschickt bekomme, gibt es eine Tafel Schokolade.

- Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, wobei $f(n)$ die Anzahl der Einsen ist, die eine haltende Turingmaschine mit n Zuständen und Alphabet Σ höchstens auf das leere Band schreiben kann. Zeigen Sie, daß f nicht berechenbar ist.

Aufgabe 6 Textersetzungssysteme (Hausaufgabe)

Schreiben Sie einen Textersetzungsalgorithmus zum Addieren zweier Zahlen in Binärdarstellung. Die Eingabe für den Algorithmus soll durch eine Zeichenkette der Form " $x+y$ " dargestellt werden. Der Algorithmus soll dann diese Zeichenkette in eine Zeichenkette transformieren, die die Summe von x und y darstellt. So soll der Algorithmus z.B. die Zeichenkette "111+11" (entspricht dezimal $7 + 3$) in die Zeichenkette "1010" (entspricht dezimal 10) transformieren.

Aufgabe 7 Termersetzungssysteme (Hausaufgabe)

Geben Sie ein Termersetzungssystem zum Addieren zweier Zahlen in Binärdarstellung an. Binärzahlen sollen durch die Funktionssymbole Null und Bit dargestellt werden. Hierbei bezeichne

- Null die Binärzahl mit 0 Stellen (d.h. die Zahl 0).
- Bit(b, bs) die Binärzahl mit niederwertigem Bit b und höherwertigen Bits bs

So wird z.B. die Binärzahl, die der Dezimalzahl 10 entspricht, durch den Term

Bit(0, Bit(1, Bit(0, Bit(1, Null))))

dargestellt.