

Vorlesung Perlen der Informatik

Aufgabe 1 Textersetzungssysteme

Schreiben Sie einen Textersetzungsalgorithmus zum Addieren zweier Zahlen in Binärdarstellung. Die Eingabe für den Algorithmus soll durch eine Zeichenkette der Form “ $x+y$ ” dargestellt werden. Der Algorithmus soll dann diese Zeichenkette in eine Zeichenkette transformieren, die die Summe von x und y darstellt. So soll der Algorithmus z.B. die Zeichenkette “111+11” (entspricht dezimal $7 + 3$) in die Zeichenkette “1010” (entspricht dezimal 10) transformieren.

Aufgabe 2 Termersetzungssysteme

Geben Sie ein Termersetzungssystem zum Addieren zweier Zahlen in Binärdarstellung an. Binärzahlen sollen durch die Funktionssymbole Null und Bit dargestellt werden. Hierbei bezeichne

- Null die Binärzahl mit 0 Stellen (d.h. die Zahl 0).
- Bit(b, bs) die Binärzahl mit niederwertigem Bit b und höherwertigen Bits bs

So wird z.B. die Binärzahl, die der Dezimalzahl 10 entspricht, durch den Term

Bit(0, Bit(1, Bit(0, Bit(1, Null))))

dargestellt.

Aufgabe 3 Äquivalenz von Turingmaschinen und Textersetzungssystemen

1. Zeigen Sie, daß jede Turingmaschine durch ein Textersetzungssystem simuliert werden kann.
2. Zeigen Sie umgekehrt, daß jedes Textersetzungssystem durch eine Turingmaschine simuliert werden kann. *Hinweis: Diese Konstruktion ist etwas aufwändiger.*

Aufgabe 4 Terminierung

Zeigen Sie, dass das Textersetzungssystem $R_1 = \{ab \rightarrow ba\}$ terminiert. *Hinweis:* Eine gängige Methode für Terminierungsbeweise ist, eine Abbildung $f : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ anzugeben und zu zeigen, daß $w \rightarrow_{R_1} w' \implies f(w') < f(w)$. Machen Sie sich zunächst klar, warum das tatsächlich ein Terminierungsbeweis ist.