

Vorlesung Perlen der Informatik

Aufgabe 1 3SAT-Problem

Gegeben sei eine aussagenlogische Formel in *konjunktiver Normalform* der Gestalt

$$(z_{1,1} \vee z_{1,2} \vee z_{1,3}) \wedge \dots \wedge (z_{m,1} \vee z_{m,2} \vee z_{m,3})$$

Hierbei bezeichnet $z_{i,i}$ ein *Literal*, d.h. eine Aussagenvariable oder die Negation einer Aussagenvariable (die Teilformeln $z_{i,1} \vee z_{i,2} \vee z_{i,3}$ werden auch als *Klauseln* bezeichnet).

- Zeigen Sie, daß das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln der obigen Gestalt NP-vollständig ist, indem Sie einen polynomiellen Algorithmus angeben, mit dem sich eine allgemeine aussagenlogische Formel in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel der obigen Gestalt transformieren läßt.
- Begründen Sie, warum das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln der Gestalt

$$(z_{1,1} \vee z_{1,2}) \wedge \dots \wedge (z_{m,1} \vee z_{m,2})$$

d.h. mit nur zwei Literalen pro Klausel bereits in *polynomieller* Zeit lösbar ist.

Aufgabe 2 Hamilton-Kreis

Gegeben sei ein gerichteter Graph

$$G = (V, E) \quad \text{wobei} \quad E \subseteq \mathcal{P}(V \times V) \quad \text{und} \quad V = \{v_1, \dots, v_n\}$$

Ein *Hamilton-Kreis* ist eine Permutation π der Knotenindizes mit der Eigenschaft

$$\forall 1 \leq i < n. (v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}) \in E \quad \text{und} \quad (v_{\pi(n)}, v_{\pi(1)}) \in E$$

Zeigen Sie, daß das Problem, zu entscheiden, ob ein Graph G einen Hamilton-Kreis besitzt, NP-vollständig ist, indem Sie eine polynomielle Reduktion des 3SAT-Problems auf dieses Problem angeben.

Aufgabe 3 Travelling Salesman

Gegeben sei eine Matrix $M_{i,j}$ der Dimension $n \times n$ mit $M_{i,j} \in \mathbb{N}$, die die Entfernungen zwischen n Städten kodiert, sowie eine Zahl $k \in \mathbb{N}$. Das Travelling Salesman Problem ist definiert wie folgt: Gibt es eine "Rundreise", d.h. eine Permutation π mit der Eigenschaft

$$\sum_{i=1}^{n-1} M_{\pi(i), \pi(i+1)} + M_{\pi(n), \pi(1)} \leq k$$

Zeigen Sie die NP-Vollständigkeit dieses Problems, indem Sie eine polynomielle Reduktion des Hamilton-Kreis Problems auf dieses Problem angeben.