

## Vorlesung Perlen der Informatik

### Aufgabe 1 INDEPENDENT SET-Problem

Sei  $G = (V, E)$ . ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge  $I \subseteq V$  heißt *unabhängig*, wenn es im Graph keine Kanten zwischen zwei Knoten in  $I$  gibt. Das INDEPENDENT SET-Problem ist dann so definiert:

**Gegeben:** Ein Graph  $G$  und eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ .

**Frage:** Gibt es eine unabhängige Menge  $I \subseteq V$  mit  $|I| = k$ ?

Zeigen Sie, dass INDEPENDENT SET NP-vollständig ist.

### Aufgabe 2 NAESAT

Eine weitere Variante von SAT: Wir betrachten eine Menge von Klauseln mit jeweils maximal 3 Literalen. Allerdings ist hier eine Klausel genau dann erfüllt, wenn nicht alle Literale den gleichen Wahrheitswert annehmen. (NAE = "Not all equal").

Zeigen Sie, dass NAESAT NP-vollständig ist.

*Hinweis: Die Reduktion von SAT auf 3SAT nochmal ansehen!*

### Aufgabe 3 3-Färbbarkeit

Ein Graph ist 3-färbbar, wenn man jedem Knoten eine Farbe  $f \in \{R, G, B\}$  zuordnen kann, so dass zwei Knoten, die mit einer Kante verbunden sind immer unterschiedliche Farben haben.

Zeigen Sie, dass 3-Färbbarkeit NP-vollständig ist. *Hinweis: NAESAT verwenden!*

### Aufgabe 4 Stundenplanproblem

Wir betrachten eine einfache Version des Stundenplanproblems: Gegeben seien:

- $S$  : Die Menge der Studenten
- $V$  : Die Menge der Vorlesungen
- $T$  : Die Menge der Termine

Die Abbildung  $f : S \rightarrow \mathcal{P}(V)$  gibt an, welche Vorlesung die Studenten jeweils hören wollen.

Eine Lösung des Problems ist eine Abbildung  $P : V \rightarrow T$ , so dass es bei keinem Studenten zu Überschneidungen kommt.

1. Skizzieren Sie, wie man das Problem mit Hilfe eines SAT-Solvers lösen könnte.
2. Zeigen Sie die NP-Vollständigkeit des Problems.