

Benutzen Sie bei diesen Übungsaufgaben für die Notation der Hoare-Tripel den syntaktischen Ansatz.

Aufgabe 1 (H) (*Hoare-Logik vs. Operationaler Semantik*)

Zeigen Sie die partielle Korrektheit der Hoare-Tripel jeweils direkt, d.h. mit Hilfe der operationalen Semantik, und auch mit den Regeln des Hoare-Kalküls.

- a) $\{\text{true}\} \quad \text{if } X > 0 \text{ then } Y := X \text{ else } Y := -X \quad \{Y \geq 0\}$
 b) $\{N = 0\} \quad \text{while } N > 0 \text{ do } N := N + 1 \quad \{N = 0\}$

Aufgabe 2 (H) (*Invariante*)

Bestimmen Sie die Invariante für die Schleife im untenstehenden Hoare-Tripel, so dass das Tripel im Hoare-Kalkül hergeleitet werden kann.

$$\begin{array}{l} \{a \geq 0\} \\ N := 0; M := 0; K := 0; \\ \text{while } K < a \text{ do} \\ \quad (N := N + 1; K := K + M + 1; M := M + 2) \\ \{N - 1 < \sqrt{a} \leq N\} \end{array}$$

Hinweis: Die Invariante der Schleife ist etwas trickreich. Berechnen Sie ein paar einfache Beispiele und versuchen Sie herauszufinden, in welcher Beziehung M , N und K zueinander stehen.

Aufgabe 3 (Ü) (*Normalisierung von Hoare-Beweisen*)

Die Regeln des Hoare-Kalküls sind bis auf die Konsequenzregel syntaxgesteuert (es existiert jeweils genau eine Regel für jedes Statement). Obwohl die Konsequenzregel prinzipiell immer anwendbar ist, kann man sich in der Beweissuche jedoch auf bestimmte Situationen beschränken.

Wir betrachten dazu folgendes System K aus der Semikolon-Regel, der **if**-Regel und den abgeleiteten Regeln

$$\frac{P \implies Q}{\{P\} \text{ skip } \{Q\}} \quad \frac{P \implies Q[a/x]}{\{P\} x := a \{Q\}}$$

$$\frac{P \implies I \quad \{I \wedge b\} s \{I\} \quad I \wedge \neg b \implies Q}{\{P\} \text{ while } b \text{ do } s \{Q\}}$$

Zeigen Sie nun folgende Behauptung: Jeder Beweis im Hoare-Kalkül kann in einen Beweis im System K überführt werden. Formal: $\vdash \{P\}s\{Q\} \implies \vdash_K \{P\}s\{Q\}$