

Aufgabe 1 (Ü) (Terminierungsrelation)

Zum Beweis der totalen Korrektheit des Hoare-Kalküls wurde die Relation $s \downarrow \sigma$ (s ausgehend von σ muss terminieren) induktiv definiert:

$$\begin{array}{c}
 \text{skip} \downarrow \sigma \quad (x := a) \downarrow \sigma \quad \frac{s_1 \downarrow \sigma \quad \forall \sigma' \langle s_1, \sigma \rangle \rightarrow \sigma' \implies s_2 \downarrow \sigma'}{s_1; s_2 \downarrow \sigma} \\
 \\
 \frac{s_1 \downarrow \sigma \quad \mathcal{B}[b]_\sigma}{\text{if } b \text{ then } s_1 \text{ else } s_2 \downarrow \sigma} \quad \frac{s_2 \downarrow \sigma \quad \neg \mathcal{B}[b]_\sigma}{\text{if } b \text{ then } s_1 \text{ else } s_2 \downarrow \sigma} \\
 \\
 \frac{\neg \mathcal{B}[b]_\sigma}{\text{while } b \text{ do } s \downarrow \sigma} \quad \frac{\mathcal{B}[b]_\sigma \quad (s; \text{while } b \text{ do } s) \downarrow \sigma}{\text{while } b \text{ do } s \downarrow \sigma}
 \end{array}$$

Zeigen Sie, dass aus $s \downarrow \sigma$ folgt:

In der Small-Step-Semantik gibt es ausgehend von der Konfiguration $\langle s, \sigma \rangle$ keine unendlichen Ketten.

Aufgabe 2 (Ü) (Prozeduren im Hoare-Kalkül)

Seien X, Y, Z natürlichzahlige Programmvariablen. Gegeben ist folgende Prozedur:

```

proc (mult =
  if  $Y = 0$  then  $Z := 0$ 
  else ( $Y := Y - 1$ ; call mult;  $Y := Y + 1$ ;  $Z := Z + X$ ) )
    
```

Beweisen Sie in der Hoare-Logik: $\{\text{true}\} \text{ call mult } \{Z = XY\}$.

Aufgabe 3 (Ü) (Verifikationsbedingungen)

Die Funktion vc aus der Vorlesung stützt sich bei der Berechnung von Verifikationsbedingungen ausschließlich auf ein Statement s und eine Nachbedingung B , so dass

$$vc \ s \ B \Rightarrow \ \{\text{pre } s \ B\} \ s \ \{B\}$$

- Geben Sie eine analoge Funktion vc' an, die Verifikationsbedingungen zu vollständigen Hoare-Tripeln $\{A\} \ s \ \{B\}$ berechnet.
- Zeigen Sie die Korrektheit von vc' in Bezug auf die Funktionen pre und vc aus der Vorlesung.

Aufgabe 4 (Ü) (Arrays)

Zeigen Sie die Gültigkeit des folgenden Hoare-Tripels:

$$\{A[I] = I\} \quad A[A[I]] := I \quad \{A[I] = I\}$$