
Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 3. Mai 2010 vor 10.15 Uhr in die THEO Briefkästen

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie Sprachen L_1 bzw. L_2 an, so dass die folgenden Eigenschaften gelten:

1. $ab \in L_1$ und $L_1^*L_1 = L_1$.
2. L_2 ist endlich und $L_2^* = L_2$

Zeigen Sie für alle Sprachen $A \subseteq \Sigma^*$:

3. $(A^*)^* = A^*$.

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten (als Graph und Übergangsrelation) an, der über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ die folgende Sprache akzeptiert.

1. Die Menge aller Wörter, die das Teilwort 1101 enthalten.
2. Die Menge aller Wörter, bei denen die Anzahl der Nullen durch 4 teilbar ist.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie

$$\hat{\delta}(q, uv) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, u), v) \quad \text{für alle } u, v \in \Sigma^* .$$

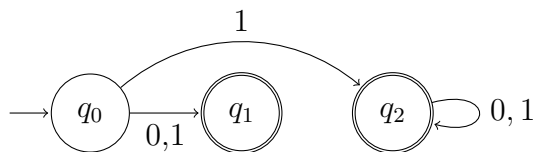
Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{\mathbf{a}, \dots, \mathbf{z}\}$. Geben Sie einen NFA an, der die Sprache der Wörter akzeptiert, die (mindestens) eines der folgenden Wörter als Teilwort enthalten: **spitzingsee**, **seekarkreuz**, **karwendel**, **wendelstein**.

Machen Sie sinnvollen Gebrauch von Nichtdeterminismus, so dass Ihre Konstruktion möglichst einfach ist, und sich leicht auf andere Suchwörter verallgemeinern lässt.

Vorbereitung 1

Wir betrachten einen nichtdeterministischen Automaten $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, der durch die folgende Grafik gegeben ist.



1. Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, dessen Sprache von A akzeptiert wird.
2. Bestimmen Sie $\bar{\delta}(\{q_0, q_1\}, 1)$ und $\bar{\delta}(\{q_1\}, 1)$

Vorbereitung 2

Für zwei Wörter $v, w \in \Sigma^*$ definieren wir die Sprache $v \parallel w \subseteq \Sigma^*$ wie folgt:

$$\begin{aligned}v \parallel \epsilon &= \{v\} \\ \epsilon \parallel w &= \{w\} \\ xv \parallel yw &= \{x\}(v \parallel yw) \cup \{y\}(xv \parallel w)\end{aligned}$$

Intuitiv beschreibt $v \parallel w$ genau die Menge aller Verschränkungen von v und w in denen sich Fragmente aus v und w beliebig abwechseln, wobei die Reihenfolge der Zeichen aus v und w jedoch erhalten bleibt. Das kann man sich gut als das Ineinanderschieben zweier Kartenstapel veranschaulichen.

1. Sei $\Sigma = \{a, b, A, B\}$. Bestimmen Sie $ab \parallel AB$.
2. Geben Sie einen NFA an, der die Sprache $aa \parallel b$ akzeptiert.

Tutoraufgabe 1

Wir betrachten den regulären Ausdruck $R = (1(0|1)^*)|0$.

1. Konstruieren Sie für R mit dem Standardverfahren aus der Vorlesung einen ϵ -NFA A , so dass $L(R) = L(A)$ gilt.
2. Wandeln Sie den erhaltenen Automaten in einen äquivalenten NFA ohne ϵ -Übergänge um.
3. Konstruieren Sie durch Anwendung des Potenzmengenverfahrens einen DFA, der die Sprache des Ausdrucks R akzeptiert.

Tutoraufgabe 2

Sei $v \parallel w$ für $v, w \in \Sigma^*$ wie in Vorbereitungsaufgabe 2 definiert. Für zwei Sprachen L_1 und L_2 definieren wir nun:

$$L_1 \parallel L_2 = \bigcup_{\substack{u \in L_1 \\ v \in L_2}} (u \parallel v)$$

Man kann dieses sogenannte *Shuffle-Produkt* als Parallelkomposition von zwei unabhängigen Abläufen betrachten.

1. Versuchen Sie, eine einfache Beschreibung von $L((01)^*) \parallel L((10)^*)$ zu finden.
2. Zeigen Sie: Wenn L_1 und L_2 regulär sind, dann ist auch $L_1 \parallel L_2$ regulär. *Hinweis: Konstruieren Sie einen NFA für $L_1 \parallel L_2$.*
3. Führen Sie die Konstruktion konkret für die Sprachen $L((01)^*)$ und $L((10)^*)$ durch und geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache beschreibt.