

Perlen der Weisheit

## Model Checking

Alexander Wißpeintner

18. Dezember 2001

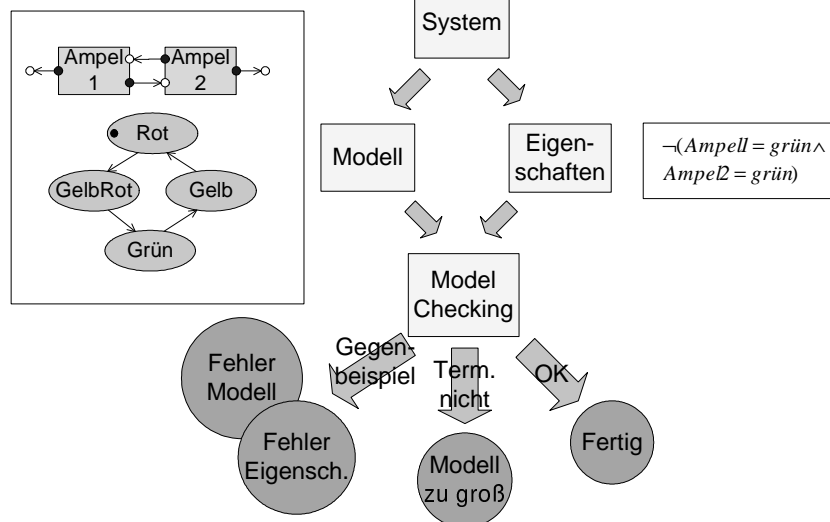
### Übersicht

1. Einleitung
2. Temporallogik
3. Explicit State Model Checking
4. Symbolisches Model Checking
5. Zusammenfassung

# Model Checking

- Technik zur automatischen Verifikation von Systemeigenschaften
- Nur auf endliche Zustandsräume anwendbar
- Erfolgreiche Anwendung in den Bereichen:
  - Hardware Verifikation
  - Verifikation von Protokollen

# Model Checking Prozess



## Automatentheoretische Lösung

- Problem: Modell Automat  $K$  und Eigenschaft  $\varphi$  gegeben, entscheide ob  $K \models \varphi$
- Betrachte  $K$  als  $\omega$ -Automat, wobei alle Zustände akzeptierende Zustände sind
- $L(K)$  ist die Menge der Ausführungssequenzen von  $K$
- $K \models \varphi$   
falls  $L(K) \subseteq L(\varphi)$   
falls  $L(K) \cap L(\neg\varphi) = \emptyset$   
falls  $L(K \times B_{\neg\varphi}) = \emptyset$
- Komplexität  $O(|K| \cdot |B_{\neg\varphi}|) = O(|K| \cdot 2^{|\varphi|})$

## Model Checking Algorithmen

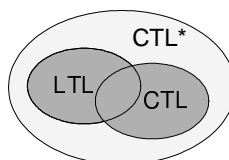
- Explicit State Model Checking
  - Spin von Gerard Holzmann
  - Zustände werden nacheinander explizit betrachtet und für jeden Zustand wird überprüft, ob alle Eigenschaften erfüllt sind
- Symbolisches Model Checking
  - SMV von Ken McMillan
  - Zustandsübergangsgraph wird als boolesche Formel in einem BDD gespeichert
  - Durch symbolische Berechnungen wird gezeigt, ob die Eigenschaft erfüllt ist

## Problematisch

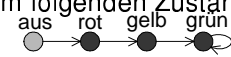
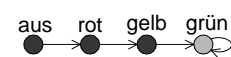
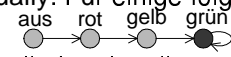

- Systeme besitzen in der Regel eine sehr große Anzahl von Zuständen
- State Explosion Problem: Werden Zustandsautomaten parallel komponiert, dann wächst die Zahl der Systemzustände exponentiell mit der Zahl der Automatenzustände
- Model Checking für große System nicht anwendbar:
  - Laufzeit zu lange
  - Speicherplatz reicht nicht aus

## Temporallogik

- Keine Logik über Echtzeit
- Kausale Abhängigkeiten über Ereignisse
- Erweiterung der Aussagenlogik
- Unterschiedliche Ausdrucksmächtigkeit verschiedener Varianten



## Linear Temporal Logic (LTL)

- Eigenschaften über Ausführungssequenzen des Systems
- $A$  ist die Menge der atomaren Aussagen über das System
- $\forall p \in A, p$  ist eine Formel  $q, r$  Formeln
- $\neg q, q \vee r, q \wedge r, q \rightarrow r, q \Leftrightarrow r$
- $\bigcirc q, X q$ , Next: Im folgenden Zustand soll  $q$  gelten  
 $\bigcirc rot$ 

- $\square q, G q$ , Always: Im aktuellen und für alle folgenden Zustände soll  $q$  gelten  
 $\square grün$ 

- $\diamond q, F q$ , Eventually: Für einige folgende Zustände soll  $q$  gelten  
 $\diamond gelb$ 

- $q U p$ , Strong Until : Im aktuellen und für alle folgenden Zustände soll  $q$  gelten, bis  $p$  erfüllt ist  
 $rot U gelb$ 


## Beispiele LTL

- Invariante:  
 $\square \neg (Ampel1\_grün \wedge Ampel2\_grün)$
- Reaktion  
 $\square (rot \rightarrow \diamond grün)$
- Fairness:  
 $\square \diamond rot \rightarrow \square \diamond grün$
- Fortschritt:  
 $\square (rot \rightarrow rot U gelbrot U grün U gelb U rot)$
- Stabilität:  
 $\diamond \square blinktgelb$

## Computation Tree Logic (CTL)

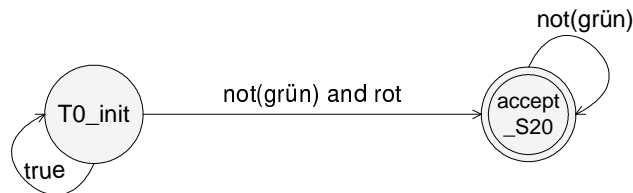
- Branching Time Logic: Quantifizierung über Ausführungssequenzen
- A für alle Ausführungspfade
- E für einige Ausführungspfade
- AX, EX Next
- AF, EF Eventually
- AG, EG Always
- AU, EU Until
- Beispiel Reaktion  $AG(\text{rot} \rightarrow AF \text{ grün})$
- LTL Formel  $\diamond \square p$  nicht ausdrückbar in CTL
- CTL Formel  $AG(EF p)$  nicht ausdrückbar in LTL

## Explicit State Model Checking mit Spin

- Anwendungsgebiet Protokollverifikation
- Systemmodell in Promela / asynchrone Komm.
- Eigenschaften in Linear Temporal Logic (LTL)
- Idee
  - Umwandlung der negierten Eigenschaft in einen Büchi Automaten
    - Endlicher Automat der unendliche Eingaben akzeptiert, falls der akzeptierende Zustand unendlich oft durchlaufen wird
  - Nach und nach Berechnung des Zustandsübergangsgraphen des Systemmodells  $\times$  Eigenschaftsautomat und Suche von akzeptierenden Zyklen  $\Rightarrow$  Eigenschaft nicht erfüllt

## Umwandlung LTL in Büchi Automat

$\neg \square(\text{rot} \rightarrow \diamond \text{grün})$

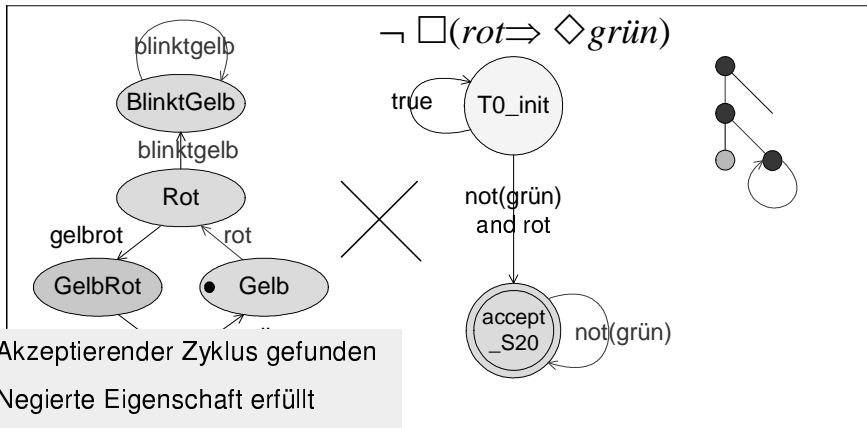


- Automat akzeptiert Ausführungssequenz, falls der akzeptierende Zustand unendlich oft durchlaufen wird

## On-the-fly Model Checking

- Zustandsübergangsgraph des Systems wird während der Überprüfung der Eigenschaft nach und nach aufgebaut
- Vorteil: Falls das System die Eigenschaft nicht erfüllt, kann dies erkannt werden bevor das gesamte System betrachtet wurde

## Beispiel



Akzeptierender Zyklus gefunden

Negierte Eigenschaft erfüllt

Eigenschaft nicht erfüllt

Gegenbeispiel auf Suchstack

## Partial Order Reduction

- Problem: Asynchrones Kommunikationsmodell  
 ⇒ Viele mögliche Systemabläufe  
 ⇒ Zustandsraum explodiert
- Beobachtung: Gültigkeit der Eigenschaft oft unabhängig von der Reihenfolge der Ausführung nebenläufiger unabhängiger Ereignisse.
- Reduzierter Zustandsraum mit Klassen von Ausführungssequenzen die für die zu prüfende Eigenschaft äquivalent sind.
- Auswertung vor Beginn der Suche
- Effektivität von Partial Order Reduction stark von Systemstruktur und Eigenschaft abhängig



## Bit State Hashing

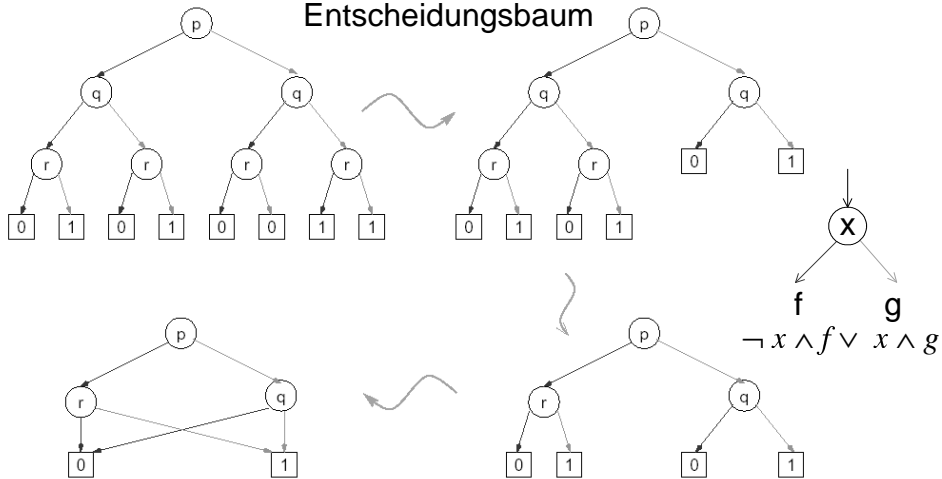
- Problem: Bereits betrachtete Systemzustände müssen erkannt werden  $\Rightarrow$  Zustände speichern  $\Rightarrow$  Out of Memory
- Lösung: Nicht den Zustand speichern, sondern nur im Speicher markieren.
- Zwei statistisch unabhängige Hash Funktionen bilden Zustände auf jeweils zwei Bits im Speicher ab.
- Sind beide Bits markiert, dann wird angenommen, der Zustand wurde bereits besucht.
- Es kann nicht garantiert werden, dass zwei unterschiedliche Zustände nicht auf die selben Speicherstellen abgebildet werden
- $\Rightarrow$  Keine 100% Abdeckung der Zustände garantiert

## Symbolisches Model Checking mit SMV

- Anwendungsgebiet Hardwareverifikation
  - Synchrones Modell
- Darstellung des Zustandsübergangsgraphen als OBDD
- Eigenschaft in CTL
- Ermittlung der Menge von eigenschaftserfüllenden Zuständen durch Fixpunktberechnung über logische Operationen auf dem BDD

## Binary Decision Diagrams (BDD)

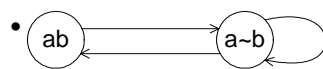
Aussagenlogische Funktion  $(\neg p \wedge r) \vee (p \wedge q)$  als Entscheidungsbaum



## Ordered BDDs

- Variablen treten auf allen Pfaden in der selben Reihenfolge auf
- Lücken sind erlaubt
- Logische Operationen lassen sich effizient auf OBDDs durchführen
- Kripke Struktur  $M=(S,R,L)$
- Kodierung von Zuständen als Binärzahl
- Transitionen durch Konjunktion von Start- und Folgezustand

$a', b'$  Folgezustand



$$(a \wedge b \wedge a' \wedge \neg b') \vee$$

$$(a \wedge \neg b \wedge a' \wedge b') \vee$$

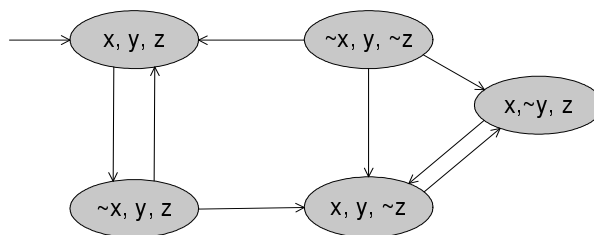
$$(a \wedge \neg b \wedge a' \wedge \neg b')$$

- OBDD repräsentiert Mengen von Zuständen und Transitionen

## CTL symbolisches Model Checking

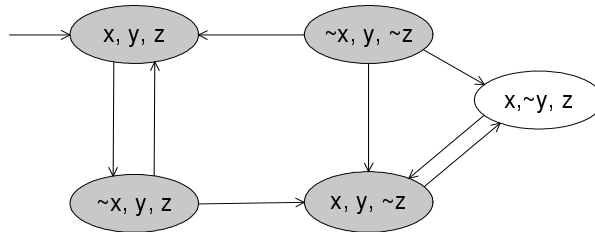
- CTL Operationen reduzierbar auf EX, EU und EG
- Erfüllungsmenge  $\|EX \varphi\| = R^{-1}(\|\varphi\|) = \{s : \exists t : (s,t) \in R \text{ und } t \in \|\varphi\|\}$
- Rekursiv  $EG \varphi \Leftrightarrow \varphi \wedge EX EG \varphi$
- Erfüllungsmenge  $\|EG \varphi\| = \|\varphi\| \cap R^{-1}(\|EG \varphi\|)$
- $\|EG \varphi\|$  ist größter Fixpunkt von  $f(M) = \|\varphi\| \cap R^{-1}(M)$
- Größter Fixpunkt  $\nu f = \bigcap_{i \geq 0} f^i(S)$
- EU ebenfalls durch Fixpunktberechnung

## Beispiel



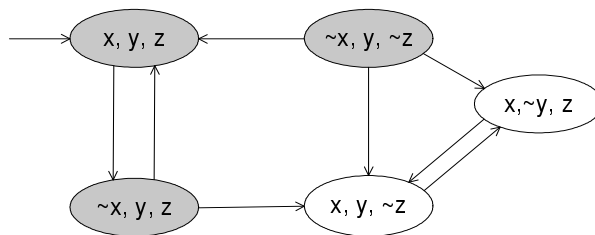
Berechne  $\|EG y\|$   
 $f^0(S) = S$

# 1. Iteration



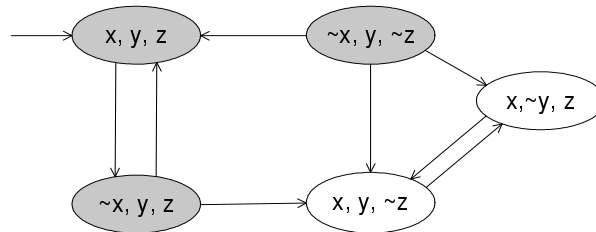
Berechne  $\|EG y\|$   
 $f^1(S) = \|y\| \cap R^{-1}(S)$

# 2. Iteration



Berechne  $\|EG y\|$   
 $f^2(S) = \|y\| \cap R^{-1}(f^1(S))$

### 3. Iteration



Berechne  $\|EG y\|$

$$f^3(S) = \|y\| \cap R^{-1}(f^2(S)) = f^2(S)$$

### Weiterführende Techniken

- **Kompositionales Verifizieren**
  - Eigenschaften auf Komponenten zeigen
  - Über Komponenteneigenschaften auf Systemeigenschaften schließen
- **Abstraktion**
  - Datenabstraktion, Modellabstraktion
- **Kombinierte Ansätze deduktive Beweissysteme und Model Checking**
- **Paralleles Model Checking**
- **Jede Menge Tricks um etwas größere Systeme verifizieren zu können: „20% weniger Speicherbedarf dafür 30% längere Laufzeit“**

## Literatur

- E. Clarke, O. Gumberg, D. Peled, *Model Checking*, MIT Press, 1999.
- G. Holzmann, *Design and Validation of Computer Protocols*, Pentice Hall, 1990.  
<http://cm.bell-labs.com/cm/cs/what/spin/Doc/Book91.html>
- G. Holzmann, *The Model Checker Spin*, IEEE Transactions on Software Engineering, Vol. 23, No. 5, 1997.  
<http://cm.bell-labs.com/cm/cs/who/gerard/gz/ieee97.ps.gz>
- K. L. McMillan, *Symbolic Model Checking: an approach to the state explosion problem*, CMU Tech Rpt. CMU-CS-92-131, 1992.  
<http://www-cad.eecs.berkeley.edu/~kenmcmil/thesis.ps>

## Zusammenfassung

- Model Checking toll für kleine Systeme
- Lässt sich zum „Debugging“ einsetzen – Gegenbeispiele
- Probleme:
  - Festgelegte Eigenschaften müssen korrekt sein
  - Überprüfbare Systemgröße stark beschränkt: Speicherbedarf / Laufzeit
- Unterschiedliche Model Checking Algorithmen / Tools für verschiedene Anwendungsgebiete
- Model Checking wird in der Industrie eingesetzt